

ГЛАВА 1. ФОРМА И РАЗМЕРЫ ЗЕМЛИ. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В ГЕОДЕЗИИ. ОРИЕНТИРОВАНИЕ ЛИНИЙ

1.1. Форма и размеры Земли

Знание размеров и формы Земли необходимо для обеспечения многих хозяйственных задач в навигации, космонавтике, гидрометеорологии и т. д. и для обеспечения обороны страны.

Для представления о форме Земли обычно предлагается вообразить, что вся планета ограничена поверхностью Мирового океана в спокойном состоянии, непрерывно продолженной под материками. Такая замкнутая поверхность, в каждой точке перпендикулярная направлению действия силы тяжести, называется *уровенной поверхностью*.

Уровенная поверхность, совпадающая со средним уровнем воды океанов в спокойном состоянии, образует фигуру, называемую *геоидом*. Термин «геоид» был введен в 1873 году немецким физиком И. Б. Листингом.



Рис. 1.1. Разрез Земли вертикальной плоскостью

До сравнительно недавнего времени считалось, что эта поверхность имеет выпуклую форму, но на самом деле это не так. По данным космической геодезии, поверхность геоида чрезвычайно сложна, имеет выпуклости и впадины.

Так, например, в Атлантическом океане у берегов Исландии имеется выпуклость до 67 м, в районе Бермудского треугольника — впадина до 64 м. В Индийском океане у острова Шри-Ланка находится впадина до 112 м, а к юго-востоку от Африки — выпуклость до 50 м.

Поверхность геоида нельзя представить каким-либо математическим уравнением, поэтому возникла необходимость его замены на более подходящую фигуру. Такой фигурой является *эллипсоид (сфероид)*. Размеры земного эллипсоида характеризуются длинами его полуосей (a — большая полуось, b — малая полуось), а также полярным сжатием:

$$\alpha = \frac{a - b}{a}.$$

Линии сечения поверхности эллипсоида плоскостями, проходящими через ось вращения, называются *меридианами*.

Линии сечения поверхности эллипсоида плоскостями, перпендикулярными к оси вращения, называются *параллелями*. Параллель, плоскость которой проходит через центр эллипсоида, называется *экватором*.

Параметры эллипсоида могут быть определены посредством измерения дуги меридиана в 1° . Зная величины таких дуг в разных местах меридиана, можно установить форму и размеры Земли.

Размеры земного эллипсоида измерялись неоднократно: Деламбером (1800 г.), Бесселем (1841 г.), Кларком (1880 г.), Ждановым (1893 г.), Хейфордом (1909 г.) и другими. В СССР до 1946 года использовали в расчетах эллипсоид, размеры которого были определены немецким астрономом Ф. В. Бесселем.

Эллипсоид, параметры которого вычислены применительно к территории отдельной страны или нескольких стран, называется *референц-эллипсоидом*.

В России применяется референц-эллипсоид с параметрами, вычисленными профессором А. А. Изотовым под руководством выдающегося советского геодезиста академика Ф. Н. Красовского.

Современная теория фигуры Земли получила свое дальнейшее развитие в трудах отечественных ученых, в первую очередь члена-корреспондента АН СССР М. С. Молоденского.

В настоящее время изучение физической поверхности Земли производится путем определения положения (координат) точек местности относительно поверхности референц-эллипсоида Красовского.

Особенности строения фигуры Земли полностью учитываются при математической обработке высокоточных геодезических измерений и создании государственной геодезической сети.

При выполнении инженерно-геодезических работ в строительной отрасли ввиду малого сжатия ($\alpha \approx 1:300$) в качестве геометрической фигуры Земли чаще всего принимают шар с радиусом 6371,11 км, эквивалентный по объему референц-эллипсоиду.

1.2. Влияние кривизны Земли на точность измерений

В первом приближении уровенная поверхность может быть заменена сферой определенного размера. В практических целях крайне важно знать, при каких размерах участка земной поверхности кривизной Земли можно пренебречь. Величина искажения расстояния между двумя точками при замене сферической поверхности плоскостью определяется по формуле:

$$\Delta s = \frac{s^3}{3R^2},$$

где s — измеренное расстояние;

R — радиус Земли (6371 км).

Т а б л и ц а 1.1
Величина линейных искажений при различных расстояниях

s , км	10	15	20	25	50
Δs , м	0,008	0,028	0,066	0,13	1,02
$\Delta s / s$	1:1 200 000	1:540 000	1:304 000	1:195 000	1:49 000

На основании приведенных данных можно сделать вывод о том, что замена участка земной поверхности радиусом в 10 км плоскостью влечет за собой незначительные искажения расстояний (менее 1 мм на 1 км длины), которые являются допустимыми при точных линейных измерениях. Поэтому участок земной поверхности радиусом 10 км можно принимать за плоскость во всех случаях.

Несколько иная ситуация при определении высотного положения точек на земной поверхности: здесь *поправка на кривизну Земли* будет существеннее и определяется по формуле:

$$p = \frac{s^2}{2R}.$$

Придав s различные численные значения, при $R = 6371$ км можно определить соответствующие величины поправок p .

Т а б л и ц а 1.2

Величина высотных поправок при различных расстояниях

s , км	0,1	0,3	0,5	1,0	2,0
p , м	0,001	0,01	0,02	0,08	0,31

Влияние кривизны Земли на высоты точек становится существенным при расстояниях между ними более 0,3 км.

1.3. Системы координат, применяемые в геодезии

Системы координат, применяемые в геодезии, подразделяются на две группы: пространственные и плоские.

Пространственная система координат состоит из географической и полярной системы координат. Географическая система координат объединяет под общим названием астрономическую и геодезическую системы.

Астрономические координаты могут определяться техническими средствами и методами геодезической астрономии.

Геодезические координаты получают путем вычисления по формулам сфероидической геодезии по параметрам референц-эллипсоида и его ориентации в теле Земли. Геодезическими координатами точки являются широта, долгота и высота.

Геодезической широтой точки называется угол, образованный нормалью к поверхности эллипсоида, проходящей через данную точку, и плоскостью экватора. Широта отсчитывается от экватора к северу и югу от 0° до 90° и называется северной или южной. Северную широту считают положительной, а южную — отрицательной.

Геодезической долготой точки называется двугранный угол, образованный плоскостями начального (гринвичского) геодезического меридиана и геодезического меридиана данной точки. Долготу отсчитывают от начального меридиана в пределах от 0° до 360° на восток, или от 0° до 180° на восток (положительные) и от 0° до 180° на запад (отрицательные). *Геодезической высотой* точки является ее высота над поверхностью земного эллипсоида.

Координаты одних и тех же точек, определенных в рассматриваемых системах, могут существенно отличаться, в отдельных регионах страны разница может достигать нескольких десятков метров.

В инженерной геодезии применяется преимущественно система географических координат и зональная система плоских прямоугольных координат Гаусса — Крюгера.

Плоские системы координат применяются при производстве съемочных работ и отображении участков земной поверхности в виде планов и карт. Кроме зональной системы плоских прямоугольных координат Гаусса — Крюгера достаточно широкое распространение получила плоская условная (местная) система прямоугольных координат.

Плоская условная (местная) система прямоугольных координат применяется тогда, когда размеры участка земной поверхности позволяют не принимать в расчет сферичность Земли.

Элементами данной системы являются:

- ось Ox , направленная параллельно истинному, магнитному или осевому меридиану зоны либо произвольно;
- ось Oy — перпендикулярна оси Ox ;
- точка O — начало координат.

Проекции линии AB на оси Ox и Oy называют приращениями координат и обозначают как Δx и Δy . Знаки приращений зависят от четверти. Если известны координаты точки A и приращения координат между точками A и B , то координаты точки B будут

$$x_B = x_A + \Delta x,$$

$$y_B = y_A + \Delta y.$$

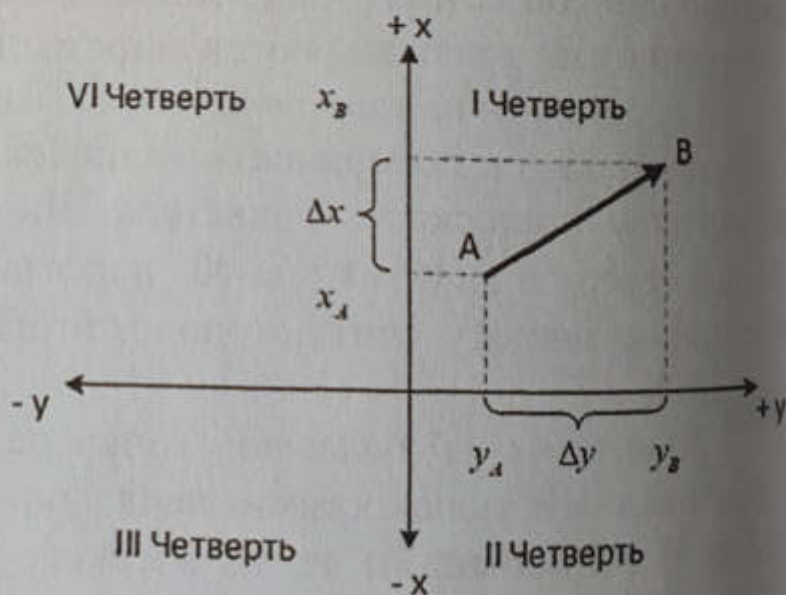


Рис. 1.2. Плоская условная система прямоугольных координат

Зональная система плоских прямоугольных координат применяется для изображения на плоскости значительных территорий земной поверхности и дает возможность переносить точки с поверхности эллипсоида на плоскость по определенным математическим законам. В общем случае такие картографические проекции

вызывают искажения — как углов, так и длин. Поэтому в геодезии целесообразно применять такие проекции эллипсоида на плоскость, которые бы не искажали углов. Подобные проекции называют *равноугольными* или *конформными*.

Сущность зональной системы Гаусса — Крюгера (1825–1830 гг.) заключается в следующем. Земной эллипсоид делится меридианами через 6° по долготе на 60 зон и через 3° по широте на 30 зон к северу и югу. Так как территория России полностью расположена в северном полушарии, абсциссы всегда положительны, а ординаты могут быть как положительными, так и отрицательными. Чтобы избежать отрицательных значений ординат, в каждой зоне ось абсцисс (Ox) условно переносят к западу на 500 км от осевого меридиана. Если $y_A = 102,375$ км; $y_B = -70,188$ км, то тогда

$$y_A = 602,375 \text{ км и } y_B = 429,812 \text{ км.}$$

Для однозначного определения положения точки на земной поверхности перед каждой ординатой ставится номер зоны. Например, точка B находится в 11 зоне: $y_B = 11429,812$ км.

Система плоских полярных координат находит применение при выносе проекта в натуру в горизонтальной плоскости и при теодолитной съемке. Элементами данной системы являются:

- полярная ось Ox , за которую может приниматься любое направление, например, сторона теодолитного хода;
- точка O — начало координат, принимается произвольно, полюсом может быть любая точка, в том числе вершина теодолитного хода.

Положение точки на плоскости в рассматриваемой системе определяется двумя координатами: горизонтальным углом β между полярной осью и направлением на определяемую точку и горизонтальным расстоянием до определяемой точки. Например, точка A имеет координаты (β, d) .

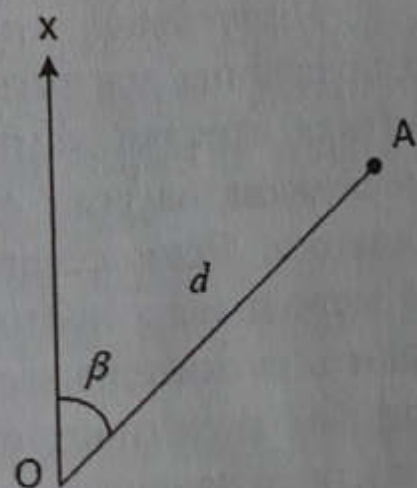


Рис. 1.3. Плоская система полярных координат

1.4. Ориентирование линий

Ориентированием линии называется определение ее направления на местности относительно некоторого направления, принимаемого за начальное направление. За начальное принимают направления истинного, магнитного меридианов или направление, параллельное осевому меридиану оси x зональной системы прямоугольных координат.

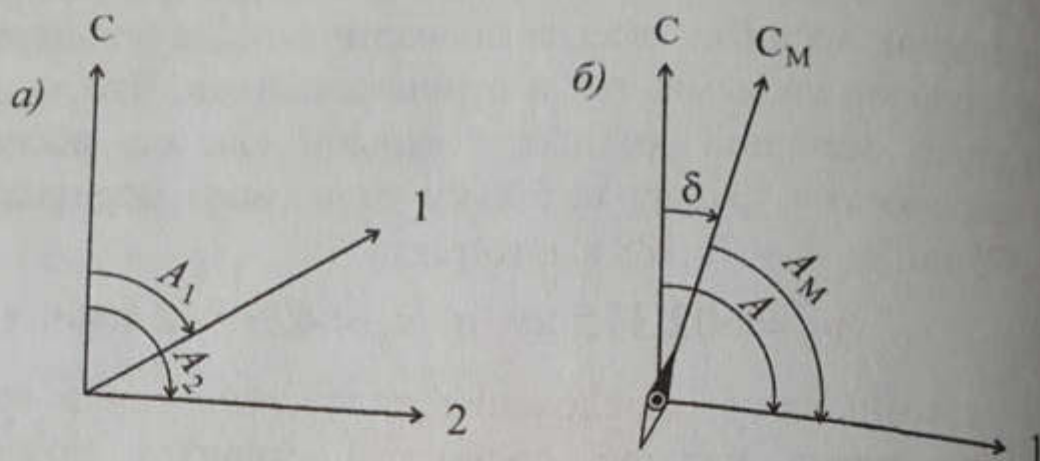


Рис. 1.4. Углы ориентирования:

а — азимуты географические; б — магнитный азимут

Азимут — угол, измеряемый по ходу часовой стрелки от северного направления меридиана до заданного направления. Если исходным направлением служит геодезический меридиан, то азимут называется геодезическим. Если исходным направлением служит астрономический меридиан, то азимут называется астрономическим. Обобщением обоих понятий служит термин географический азимут или просто азимут. Значения азимута лежат в пределах от 0° до 360° .

Магнитный азимут — угол, отсчитываемый от северного направления магнитной стрелки до заданного направления. Магнитная стрелка компаса отклоняется от направления истинного меридиана на угол δ , который называется *склонением магнитной стрелки*. Если северный конец магнитной стрелки отклоняется от меридиана к востоку, то склонение называют восточным и считают положительным, а если к западу, то склонение называют западным и считают отрицательным. Азимут и магнитный азимут связывает зависимость:

$$A = A_m + \delta;$$

где A — азимут,

A_m — магнитный азимут,
 δ — склонение магнитной стрелки.

Магнитные азимуты в геодезии измеряют буссолью. Точность этих измерений невысока (погрешность в несколько минут), так как склонение магнитной стрелки непостоянно. На территории России оно меняется от места к месту в пределах от -15° до $+25^\circ$. В аномальных районах эти изменения так велики, что магнитной стрелкой пользоваться нельзя. Кроме того, склонение изменяется во времени, испытывая суточные, годовые и вековые изменения.

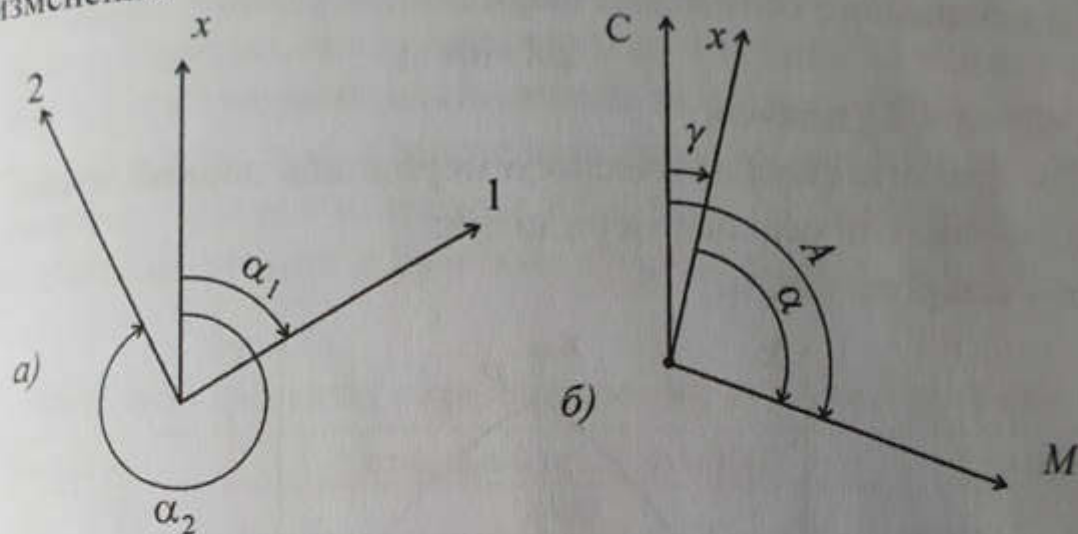


Рис. 1.5. Углы ориентирования:

а — дирекционные углы α_1 , α_2 ; б — азимут A и дирекционный угол α

Направление истинного меридиана в данной точке определяется с помощью астрономических наблюдений, магнитного — с помощью магнитной стрелки, которая под действием земного магнетизма устанавливается в направлении магнитного меридиана.

Азимут заданного направления на местности можно определить астрономическим методом. Зная азимут светила, вычисляемый с использованием астрономического ежегодника, и измеренный угол, вычисляют азимут заданного направления.

Углом ориентирования, применяемым при использовании системы плоских прямоугольных координат Гаусса — Крюгера, является дирекционный угол.

Дирекционный угол — угол между северным направлением осевого меридиана или линии, параллельной ему, и заданным направлением. Угол γ между северным направлением меридиана и направлением оси абсцисс x в прямоугольной системе координат

называется *сближением меридианов*. Дирекционный угол от истинного азимута отличается на величину гауссова сближения меридианов γ . При отклонении оси абсцисс от меридиана к востоку сближение меридианов принято считать положительным, а при отклонении к западу — отрицательным. При этом справедлива формула:

$$A = \alpha + \gamma,$$

где α — дирекционный угол,
 γ — сближение меридианов.

Приблизненно сближение меридианов равно

$$\gamma = \Delta\lambda \cdot \sin\varphi,$$

где $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$, причем

λ — долгота географического меридиана данной точки;

λ_0 — долгота осевого меридиана;

φ — широта точки.

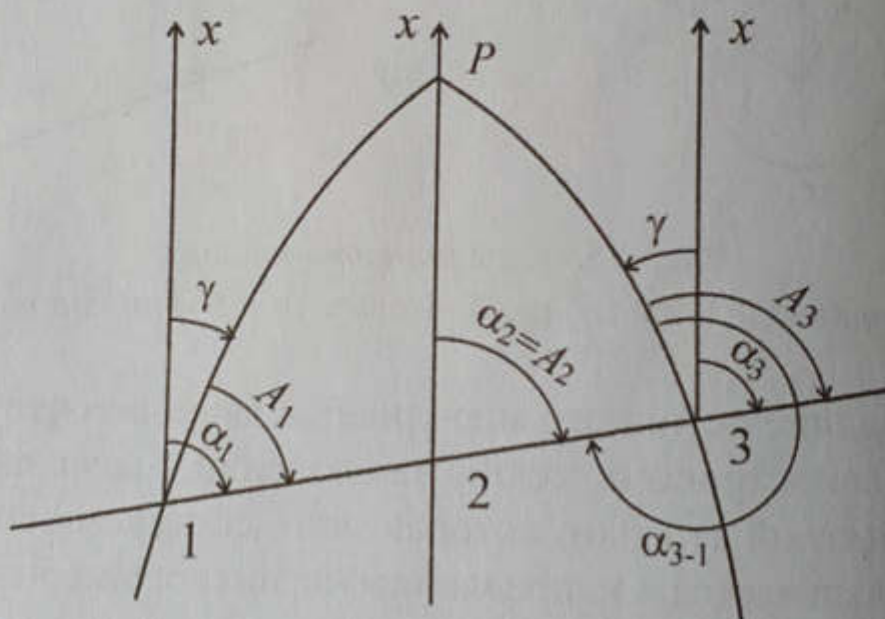


Рис. 1.6. Связь между азимутами и дирекционными углами:

1 — в западной половине зоны; 2 — на осевом меридиане;
 3 — в восточной половине зоны; P — полюс; $1P$, $3P$ — меридианы;
 $2P$ — осевой меридиан

Легко заметить, что для точек, расположенных к востоку от осевого меридиана зоны, сближение меридианов положительное, а к западу — отрицательное. При этом дирекционные углы в разных точках прямой линии равны: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$. Поэтому обратный дирекционный угол в точке 3 отличается от прямого дирекционного угла в точке 1 ровно на 180° , т. е. $\alpha_{1-3} = \alpha_{3-1} \pm 180^\circ$.

Азимуты в разных точках прямой линии различаются:

$$A_1 \neq A_2 \neq A_3,$$

это обусловлено различием сближения меридианов.

При использовании местной системы прямоугольных координат направление оси абсцисс x не связано с направлением осевого меридиана координатной зоны. В этом случае дирекционные углы отсчитывают от положительного направления оси абсцисс x .

В практике вычислений находят применение также вспомогательные углы ориентирования — *румбы*.

Румб — острый угол, измеряемый от ближайшего направления меридиана (северного или южного).

Румбу приписывают название координатной четверти (СВ, ЮВ, ЮЗ, СЗ), в которой расположено заданное направление. Следовательно, румбы могут принимать значения от 0 до 90°. Румбы, как и азимуты, бывают истинные и магнитные. Зависимость между дирекционными углами и румбами представлена в таблице 1.3.

Т а б л и ц а 1.3

Зависимость между дирекционными углами и румбами

Четверть	Дирекционный угол α°	Румб r°
I — СВ	0–90	α
II — ЮВ	90–180	$180^\circ - \alpha$
III — ЮЗ	180–270	$\alpha - 180^\circ$
IV — СЗ	270–360	$360^\circ - \alpha$

Например, для $\alpha = 240^\circ 36'$ румб равен $r = \text{ЮЗ}: 60^\circ 36'$.

1.5. Задачи к главе 1

Задача 1.1.

Определить величину полярного сжатия эллипсоида Красовского, если полуоси имеют следующие размеры: $a = 6\,378\,245$ м, $b = 6\,356\,863$ м.

Ответ: 1:298,3.

Задача 1.2.

Определить величину поправки на кривизну Земли при определении высотного положения точки, находящейся на расстоянии 100 м.

Ответ: 0,0008 м.